

# ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

## Општинско такмичење из математике ученика основних школа

7. 2. 2026.

### VII разред

1. Мера оштрог угла једнакокраког трапеза је  $60^\circ$ , а крак је дужине 6 cm. Израчунај површину трапеза ако је краћа основица једнака краку.

2. Одреди реалан број  $x$  који је решење једначине

$$\frac{2025^{2025} + 2025^{2026}}{2026^{2026}} = x^{2025}.$$

3. Колико троцифрених природних бројева има следећу особину: када се од тог броја одузме троцифрен природан број који има исте цифре као и полазни, али у обрнутом редоследу, добија се број 495?

4. У троуглу  $ABC$ , за дужине одговарајућих страница  $a, b, c$  важи

$$a : b : c = 7 : 15 : 20.$$

Ако је површина троугла  $378 \text{ cm}^2$ , одреди дужину најкраће висине тог троугла.

5. У једној посуди налази се порција смутија у којој је 75% масе јогурт, а остало је воће. Кувар из те порције најпре одвоји 40 грама смутија и тај одвојени део склони са стране, а затим у оно што је остало у посуди дода 40 грама чистог воћа. После тога, у новој мешавини у посуди воће чини 40% укупне масе. Колика је била маса порције смутија пре ових измена?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

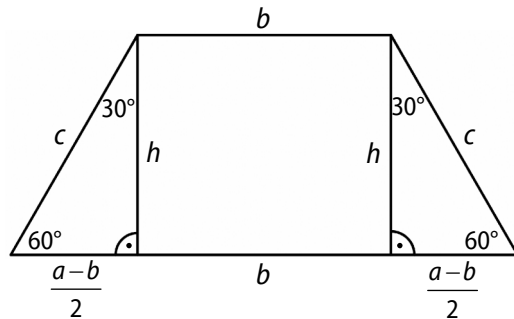
Израда задатака траје 120 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

## VII РАЗРЕД

**Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.  
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.**

1. (МЛ 60/2) Правоугли троугао чије су катете висина трапеца  $h$  и полуразлика основица  $\frac{a-b}{2}$ , а хипотенуза крак  $c$ , има по услову задатка оштар угао од  $60^\circ$  наспрам странице  $h$ , па је  $\frac{a-b}{2} = \frac{c}{2}$  [5 бодова] и  $h = \frac{c\sqrt{3}}{2}$  [5 бодова]. Заменом бројевних вредности из услова задатка  $b = c = 6$  см, добијамо  $a = b + c = 12$  см [2 бода] и  $h = 3\sqrt{3}$  см [2 бода]. Површина трапеца је  $P = \frac{a+b}{2} \cdot h = 27\sqrt{3}$  см<sup>2</sup> [6 бодова].



2. Бројилац разломка на левој страни једначине је  $2025^{2025} + 2025^{2026} = 2025^{2025} + 2025 \cdot 2025^{2025} = (2025 + 1) \cdot 2025^{2025} = 2026 \cdot 2025^{2025}$  [10 бодова].  
Зато је лева страна једначине једнака  $\frac{2025^{2025} + 2025^{2026}}{2026^{2026}} = \frac{2026 \cdot 2025^{2025}}{2026^{2026}} = \frac{2025^{2025}}{2026^{2025}} = \left(\frac{2025}{2026}\right)^{2025}$  [8 бодова],  
па је једино решење једначине  $x = \frac{2025}{2026}$  [2 бода].

3. (МЛ 59/1) Означимо тај број са  $\overline{abc}$ . Услов задатка је  $\overline{abc} - \overline{cba} = 495$  [2 бода]. Приметимо да је  $\overline{abc} = 100a + 10b + c$  [1 бод] и  $\overline{cba} = 100c + 10b + a$  [1 бод], па је

$(100a + 10b + c) - (100c + 10b + a) = 99(a - c) = 495$  [4 бода], односно  $a - c = 5$  [2 бода]. Могућности за цифре  $a$  и  $c$  су  $(a, c) \in \{(6, 1), (7, 2), (8, 3), (9, 4)\}$  [сваки случај по 1 бод]. У сваком од тих случајева цифру  $b$  можемо одабрати произвољно на 10 начина [2 бода], па тражених бројева има  $4 \cdot 10 = 40$  [4 бода].

4. Означимо дужине страница троугла  $a = 7k$ ,  $b = 15k$ ,  $c = 20k$ , за неки позитиван реалан број  $k$  [3 бода]. Према Хероновом обрасцу, површина троугла је  $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ . Полуобим датог троугла је  $s = \frac{a+b+c}{2} = 21k$  [2 бода], па је  $P = \sqrt{21k \cdot 14k \cdot 6k \cdot k} = 42k^2$  [6 бодова]. Како је услов задатка  $P = 378$  см<sup>2</sup>, добијамо да је  $k^2 = 9$  см<sup>2</sup>, односно  $k = 3$  см [1 бод]. Према томе, дужине страница троугла су  $a = 21$  см,  $b = 45$  см,  $c = 60$  см [3 бода]. Како најдужој страници троугла одговара најкраћа висина [2 бода], решење задатка је висина која одговара страници  $c$  [1 бод] и њена дужина је  $h_c = \frac{2P}{c} = 12,6$  см [2 бода].

5. Нека је маса смутија  $x$  грама. Тада је део јогурта  $0,75x = \frac{3}{4}x$  [1 бод], а воћа  $0,25x = \frac{1}{4}x$  грама [1 бод]. Након што кувар одлије 40 грама смутија, остане  $0,75(x - 40) = \frac{3}{4}(x - 40) = \frac{3}{4}x - 30$  грама јогурта [2 бода] и  $0,25(x - 40) = \frac{1}{4}x - 10$  грама воћа [2 бода]. Даље, након додавања 40 грама чистог воћа, сада је укупна маса смутија опет  $x$  грама [2 бода], а количина воћа у њему је  $\frac{1}{4}x - 10 + 40 = \frac{1}{4}x + 30$  грама [4 бода]. Како је удео воћа сада 40%, добијамо једначину  $\frac{2}{5}x = \frac{1}{4}x + 30$  [5 бодова],  
чијим решавањем добијамо  $x = 200$  [3 бода], тј. маса смутија је 200 грама.