ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике ученика основних школа

7. 2. 2026.

VI разред

1. Поређај по величини, од највећег до најмањег, следеће рационалне бројеве:

$$A=8\cdot\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right):4,5;\qquad B=8\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{3}:4,5;$$

$$C=8\cdot\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}:4,5\right);\qquad D=\left(8\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{3}\right):4,5.$$

2. Одреди мере унутрашњих углова троугла *ABC*, ако је мера спољашњег угла код темена *A* тог троугла 132°, а мере унутрашњих углова код темена *B* и *C* се разликују за 12°.

3. На колико начина се број 2026 може приказати као производ три цела броја (не обавезно различита)? Редослед чинилаца није битан.

4. У троуглу *ABC* ($BC > AC$) конструисане су праве које садрже тачке *A* и *B* и које су нормалне на симетралу угла *ACB*. Оне секу праве које садрже *BC* и *AC*, редом, у тачкама *S* и *T*. Ако је $AT = 4$ cm и $CS = 6$ cm, израчунај дужину странице *BC*.

5. Одреди све целе бројеве *x* за које је број $\dfrac{-17}{|x+1|-2}$ такође цео.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VI РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. Тражени бројеви су $A=-\dfrac{8}{27}$, $B=-\dfrac{106}{27}$, $C=-\dfrac{92}{27}$, $D=-\dfrac{22}{27}$ [сваки **по 4 бода**]. Њихов поредак, од највећег до најмањег, је $A > D > C > B$ [**4 бода**].

2. (**МЛ 59/1**) Мера унутрашњег угла код темена A је $180° - 132° = 48°$ [**5 бодова**]. Збир мера унутрашњих углова код темена B и C једнак је мери спољашњег угла код темена A, тј. $\beta + \gamma = 132°$ [**5 бодова**]. Како је услов задатка $\beta - \gamma = 12°$, добијамо да је

$$2\beta = (\beta + \gamma) + (\beta - \gamma) = 132° + 12° = 144°,$$

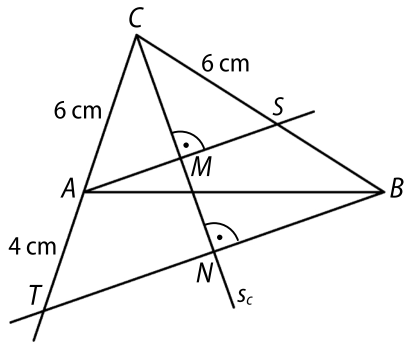
одакле је $\beta = 72°$ [**5 бодова**], $\gamma = 132° - \beta = 60°$ [**5 бодова**].

Напомена. Бодовати максималним бројем бодова и ако је ученик добио обрнуте мере углова, тј. $\beta = 60°$, $\gamma = 72°$.

3. Број 2026 се раставља на просте чиниоце у скупу природних бројева као $2 \cdot 1013$ [**4 бода**], тј. једини прости чиниоци броја 2026 су 2 и 1013. Према томе, у сваком представљању броја 2026 на производ три цела броја, бар један од фактора мора бити 1 или -1 [**2 бода**]. Тражених растављања има тачно 7 [свако растављање **по 2 бода**]:

$$\begin{aligned}2026 &= 1 \cdot 1 \cdot 2026 = (-1) \cdot (-1) \cdot 2026 = 1 \cdot (-1) \cdot (-2026) = 1 \cdot 2 \cdot 1013\\ &= (-1) \cdot (-2) \cdot 1013 = 1 \cdot (-2) \cdot (-1013) = (-1) \cdot 2 \cdot (-1013).\end{aligned}$$

4. Нека праве AS и BT секу симетралу унутрашњег угла у темену C редом у тачкама M и N. Троуглови AMC и SMC су подударни на основу става УСУ: оба су правоугла (прави углови у темену M), имају заједничку страницу CM и важи $\measuredangle ACM = \measuredangle SCM$ [**6 бодова**]. Из ове подударности добијамо $CA = CS = 6$ cm [**2 бода**]. На исти начин се доказује да су подударни троуглови TNC и BNC [**6 бодова**], одакле је $TC = BC$ [**2 бода**]. Како је $CT = CA + AT = 6 \text{ cm} + 4 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$ [**2 бода**], то је тражена дужина $BC = 10$ cm [**2 бода**].



5. (**МЛ 60/1**) Како је вредност разломка цео број, именилац $|x + 1| - 2$ мора бити целобројни делилац бројиоца -17 [**2 бода**]. Према томе, $|x + 1| - 2 \in \{1, -1, 17, -17\}$, односно $|x + 1| \in \{3, 1, 19, -15\}$ [сваки случај **по 2 бода**]. Решавањем сваке од једначина:

$|x + 1| = 3$, $x + 1 \in \{3, -3\}$, $x = 2$ или $x = -4$ [**2 бода**];

$|x + 1| = 1$, $x + 1 \in \{1, -1\}$, $x = 0$ или $x = -2$ [**2 бода**];

$|x + 1| = 19$, $x + 1 \in \{19, -19\}$, $x = 18$ или $x = -20$ [**2 бода**];

$|x + 1| = -15$, што је немогуће због тога што је апсолутна вредност ненегативна [**2 бода**];

добијамо да постоји 6 целих бројева који задовољавају услове задатка $x \in \{-20, -4, -2, 0, 2, 18\}$ [**2 бода**].