

ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике ученика основних школа

7. 2. 2026.

V разред

1. Скуп A чине природни бројеви пете и шесте десетице дељиви са 6. Скуп B чине природни бројеви дељиви са 9, који су већи од 35 и мањи од 65. Одреди скупове $A \cap B$ и $A \cup B$.
2. Колико има разломака облика $\frac{x}{506}$ (x је природан број) који су већи од $\frac{1}{4}$, а мањи од $\frac{1}{2}$?
3. Одреди најмањи и највећи петозифрени природан број дељив са 2026.
4. Правоугаона тераса поплочана је квадратним плочицама стране 40 см. Употребљено је тачно 600 плочица, без преклапања и ломљења плочица и без празнина између њих. Свака страна терасе дужа је од 2 м. Колики највећи обим може имати та тераса?
5. Дате су две паралелне праве a и b . На правој a дате су тачке A, B, C, D, E , а на правој b тачке M, N, P .
 - а) Колико дужи одређују ове тачке на правој a , а колико дужи на правој b ?
 - б) Колико четвороуглова одређују ове тачке?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 120 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

V РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. Скупови A и B су $A = \{42, 48, 54, 60\}$ [6 бодова], $B = \{36, 45, 54, 63\}$ [6 бодова], па је $A \cap B = \{54\}$ [4 бода], $A \cup B = \{36, 42, 45, 48, 54, 60, 63\}$ [4 бода].

2. (МЛ 60/2) Како је $\frac{1}{2} = \frac{253}{506}$ [2 бода], из услова $\frac{x}{506} < \frac{1}{2}$ добијамо

$\frac{x}{506} < \frac{253}{506}$, односно $x < 253$ [4 бода]. С друге стране, како је

$\frac{1}{4} = \frac{253}{1012}$ [2 бода] и $\frac{x}{506} = \frac{2x}{1012}$ [2 бода], услов $\frac{x}{506} > \frac{1}{4}$ постаје

$\frac{2x}{1012} > \frac{253}{1012}$, одакле је $2x > 253$ [2 бода], односно $x \geq 127$ [3 бода].

Сви тражени бројеви су елементи скупа $x \in \{127, 128, \dots, 252\}$ [3 бода] и има их $252 - 126 = 126$ [2 бода].

3. (МЛ 60/1) Како је $4 \cdot 2026 = 8104 < 10000$ [4 бода] и $5 \cdot 2026 = 10130 > 10000$ [4 бода], најмањи петозифрени број дељив са 2026 је $5 \cdot 2026 = 10130$ [2 бода]. Слично, како је $50 \cdot 2026 = 101300 > 100000$ [4 бода] и $49 \cdot 2026 = 99274 < 100000$ [4 бода], највећи петозифрени број дељив са 2026 је $49 \cdot 2026 = 99274$ [2 бода].

4. Нека се једна страна терасе састоји од x , а друга од y плочица. Како је свака страна терасе дужа од $2 \text{ m} = 200 \text{ cm}$, а страница плочица је дужине 40 cm , важи $40 \cdot x > 200$, $40 \cdot y > 200$, па су x, y природни бројеви већи од 5, тј. већи или једнаки од 6 [3 бода]. Из услова задатка $x \cdot y = 600$ [2 бода] и растављања броја 600 на просте чиниоце $600 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$ [2 бода], добијамо следеће могућности за димензије терасе [сваки од 7 случајева по 1 бод]:

$6 \cdot 100, 8 \cdot 75, 10 \cdot 60, 12 \cdot 50, 15 \cdot 40, 20 \cdot 30, 24 \cdot 25.$

Обим терасе је $2(x + y) \cdot 40 \text{ cm}$ и биће највећи ако је збир $x + y$ највећи [2 бода]. Тераса има највећи обим у првом од набројаних случајева и тада су њене странице дужина $6 \cdot 40 \text{ cm} = 240 \text{ cm} = 2,4 \text{ m}$

[1 бод] и $100 \cdot 40 \text{ cm} = 4000 \text{ cm} = 40 \text{ m}$ [1 бод], а њен обим износи $84,8 \text{ m}$ [2 бода].

5. а) На правој a постоји 10 дужи $AB, AC, AD, AE, BC, BD, BE, CD, CE, DE$ [5 бодова], а на правој b постоје 3 дужи MN, MP, NP [3 бода].

б) Сваки четвороугао одређен датим тачкама има једну страницу међу дужима на правој a и њој паралелну страницу међу дужима на правој b . Сваке две овакве дужи једнозначно одређују четвороугао [6 бодова], па је тражени број четвороуглова $3 \cdot 10 = 30$ [6 бодова].