Министарство просвете Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Окружно такмичење из математике ученика основних школа

8. 3. 2026.

V разред

1. Сабирањем четири од пет разломака $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \frac{1}{18}$ добија се збир 1. Који од разломака није употребљен?

2. Угао α је пет пута мањи од свог суплементног угла, а угао β је за $2026'$ мањи од угла комплементног углу α. Израчунај меру збира углова α и β.

3. Количник два природна броја a и b је 32, а остатак је 30. Који су то бројеви, ако им је збир 66888?

4. Дат је правоугаоник са страницом $AB = 2$ m 7 dm. Извршена је операција смањивања правоугаоника на следећи начин: свака од страница AB и CD се смањи за једну трећину своје дужине, а дужина сваке од страница BC и AD се смањи за 2dm. На овај начин добијен је правоугаоник $A_1B_1C_1D_1$. Ова операција смањивања се понови још два пута на исти начин, чиме је добијен прво правоугаоник $A_2B_2C_2D_2$, а затим правоугаоник $A_3B_3C_3D_3$, чија је површина 32 dm^2. Израчунај површину правоугаоника $ABCD$.

5. Колико има природних бројева који нису већи од 2500, а дељиви су бар једним од бројева 4 или 6?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 150 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложи.

V РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. Како је НЗС(2, 3, 6, 9, 18) = 18 [**5 бодова** за тачно проширивање разломака до неког заједничког имениоца], сабирањем свих пет разломака добија се

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{9}+\frac{1}{18}=\frac{9}{18}+\frac{6}{18}+\frac{3}{18}+\frac{2}{18}+\frac{1}{18}=\frac{21}{18}=1\frac{3}{18}=1\frac{1}{6}$$ [**10 бодова**].

Збир свих разломака је за $\frac{1}{6}$ већи од 1, па једино разломак $\frac{1}{6}$ није употребљен [**5 бодова**].

2. Углови α и γ су суплементни углови и γ је 5 пута већа од α, тј. важи $\alpha + \gamma = 180°$ и $\gamma = 5\alpha$ [**4 бода**], па је $\alpha = 30°$ [**4 бода**]. Његов комплементан угао има меру 60° [**2 бода**]. Угао β је за $2026' = 33°\ 46'$ [**4 бода**] мањи од угла који је комплементан углу α, па је $\beta = 60° - 33°\ 46' = 26°\ 14'$ [**4 бода**]. Тражени збир је $\alpha + \beta = 30° + 26°\ 14' = 56°\ 14'$ [**2 бода**].

3. Када се природан број a подели природним бројем b добија се количник q и остатак r, што записујемо $a : b = q\ (r)$, тј. $a = bq + r$ $(0 \le r < b)$. На основу бројевних бредности из задатка, имамо $a : b = 32\ (30)$, $a = 32b + 30$ [**6 бодова**], $a + b = 66888$. Заменом a у другу једначину добија се $32b + 30 + b = 66888$, односно $33b + 30 = 66888$ [**6 бодова**], па је $33b = 66858$, одакле је $b = 2026$ [**4 бода**] и $a = 66888 - 2026 = 64862$ [**4 бода**].

4. Страница правоугаоника је $AB = CD = 2$ m 7 dm = 27 dm. Трећина странице AB је 9 dm, па је после првог умањења $A_1B_1 = C_1D_1 = 18$ dm [**3 бода**]. Понављајући поступак добићемо да је $A_2B_2 = C_2D_2 = 12$ dm [**3 бода**], односно $A_3B_3 = C_3D_3 = 8$ dm [**3 бода**]. Страница $B_1C_1 = BC - 2$ dm [**2 бода**], $B_2C_2 = B_1C_1 - 2$ dm $= BC - 4$ dm [**2 бода**], односно $B_3C_3 = B_2C_2 - 2$ dm $= BC - 6$ dm [**2 бода**].

Површина правоугаоника $A_3B_3C_3D_3 = 32$ dm^2, па је страница $B_3C_3 = 4$ dm [**2 бода**]. Враћајући вредност добијене странице добићемо да је страница $BC = 10$ dm [**2 бода**] и површина правоугаоника $ABCD$, $P = 27$ dm $\cdot$ 10 dm = 270 dm^2 [**1 бод**].

5. (**МЛ 58/4**) Нека је A скуп природних бројева мањих или једнаких од 2500 и дељивих са 4, а скуп B скуп природних бројева мањих или једнаких од 2500 и дељивих са 6. Скуп A има 625 елемената [**4 бода**], док скуп B има 416 елемената [**4 бода**]. Међу датим бројевима има и оних бројева који су дељиви и са 4 и са 6, односно који су дељиви са 12 [**4 бода**]. Таквих бројева има 208, што је број елемената скупа A пресек B [**4 бода**]. Укупан број бројева који задовољавају услове задатка, односно број елемената скупа A унија B, једнак је $625 + 416 - 208 = 833$ [**4 бода**].