

Министарство просвете Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Окружно такмичење из математике ученика основних школа

16.03.2024. – V разред

1. Израчунај разлику: $\frac{232323}{242424} - \frac{23}{24}$.
2. Углови α и β су комплементни, а углови α и 9β су суплементни. Одреди мере углова α и β .
3. Дат је правоугаоник $ABCD$ чији је обим 40 cm. На страници AB дата је тачка M таква да је дуж AM за 5 cm краћа од дужи BC . Ако је дуж MB три пута дужа од дужи AM , израчунај површину датог правоугаоника.
4. На екрану рачунара је исписана реченица
ТАСА СА СИНОМ И ЋЕРКОМ ИДЕ У БИОСКОП.
Сваки пут када притиснемо „+“ на тастатури, рачунар премести прво слово сваке речи на последње место те речи. На пример, када први пут притиснемо „+“ добијамо
АСАТ АС ИНОМС И ЕРКОМЋ ДЕИ У ИОСКОПБ.
Када други пут притиснемо „+“ добијамо
САТА СА НОМСИ И РКОМЋЕ ЕИД У ОСКОПБИ.
итд. Колико најмање пута треба притиснути „+“ да бисмо поново добили полазну реченицу?
5. Маја је кренула од куће бројећи кораке. Најпре је корачала 10 корака напред па 3 корака назад, 10 корака напред па 2 корака назад, 10 корака напред па 1 корак назад. Тај поступак Маја понавља при корачању. Колико корака Маја мора да направи да би се од куће удаљила 2038 корака?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

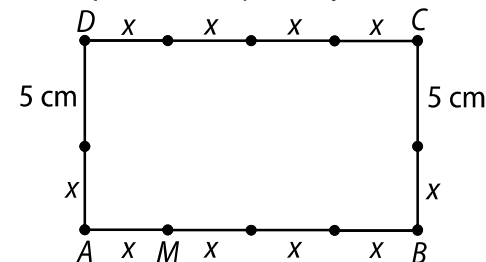
Израда задатака траје 150 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложи.

V РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. Како је $232323 : 23 = 10101$ [5 бода] и $242424 : 24 = 10101$ [5 бода],
то је $\frac{232323}{242424} - \frac{23}{24} = \frac{23 \cdot 10101}{24 \cdot 10101} - \frac{23}{24} = \frac{23}{24} - \frac{23}{24} = 0$ [10 бодова].
2. (МЛ 56/3) Из услова задатка следи да је $\alpha + \beta = 90^\circ$ и $\alpha + 9\beta = 180^\circ$ [2 бода]. Како је угао 9β за 8β већи од угла β , то из дате две једначине имамо да је $8\beta = 90^\circ$ [6 бодова] одакле је $\beta = 11^\circ 15'$ [6 бодова], па је $\alpha = 78^\circ 45'$ [6 бодова].
3. Из услова задатка је $BC = AM + 5$ cm и $AB = AM + MB = AM + 3AM = 4AM$ [4 бода]. Ако означимо $AM = x$, тада је обим правоугаоника (види слику) једнак $10x + 10$ cm = 40 cm [6 бодова]. Решавањем ове једначине добијамо да је $x = 3$ cm [3 бода], па је $AB = 12$ cm [2 бода] и $BC = 8$ cm [2 бода]. Тражена површина је $AB \cdot BC = 96$ cm² [3 бода].



4. За реч ТАСА потребно је 4 пута притиснути „+“ да би се поново добила иста реч (АСАТ, САТА, АТАС, ТАСА). Аналогно, за сваку другу реч потребно је притиснути „+“ онолико пута колико реч има слова. Дужине речи у датој реченици су 4, 2, 5, 1, 6, 3, 1, 7 [5 бодова]. Први следећи пут ћемо полазну реченицу добити када „+“ притиснемо онолико пута колика је вредност најмањег заједничког садржаоца свих ових бројева [5 бодова]. Како је НЗС (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) = 420, то је потребно 420 пута притиснути „+“ да бисмо први пут поново добили полазну реченицу [10 бодова].

5. При једном понављању целог поступка, Маја се од куће удаљи

$$(10 - 3) + (10 - 2) + (10 - 1) = 24 \text{ корака [2 бода]}$$

и у том корачању укупно направи

$$10 + 3 + 10 + 2 + 10 + 1 = 36 \text{ корака [2 бода].}$$

Како се 24 у 2038 садржи 84 пута [2 бода], цео поступак треба да понови 84 пута. Тада ће од куће бити удаљена $84 \cdot 24 = 2016$ корака [4 бода] и направиће укупно $84 \cdot 36 = 3024$ корака [4 бода].

Потребно је да се удаљи још $2038 - 2016 = 22$ корака [1 бод]. Како је $22 = (10 - 3) + (10 - 2) + 7$ [2 бода], закључујемо да је Маја укупно направила $3024 + 32 = 3056$ корака [3 бода].